



Ministerul Educației Naționale
Inspectoratul Școlar Județean Bacău
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I”

SECȚIUNEA ION BARBU - clasa a VI-a

Barem de corectare și evaluare- matematică (45 p)

SUBIECTUL I (25P)

Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$. Care este numărul maxim de elemente ale unei submulțimi $B \subset A$, cu proprietatea că suma oricăror două elemente ale lui B nu se divide cu 7.

Soluție:

Se consideră A_r , mulțimea numerelor din A care dau restul r la împărțirea prin 7.

$$A = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_6.$$

În B nu pot fi simultan elemente din A_1 și A_6 , sau A_2 și A_5 sau din A_3 și A_4 și nici mai mult de un element din A_010p

Cum $|A_0| = |A_1| = |A_2| = 14$ iar $|A_3| = \dots = |A_6| = 13$ nr. maxim este 42.

O posibilă alegere fiind

$$B = \{7\} \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3, \dots 15p$$

SUBIECTUL I (20P)

Matei și Răzvan joacă următorul joc: pe tablă au numărul 2405 și fiecare are voie să înmulțească (pe rând) numărul cu unul dintre numerele 5, 13, 37, 65, 185 și 461. Câștigă jocul cel care ajunge la 2405^{2405} . Matei a observat o strategie prin care poate să câștige și decide că îl va lăsa pe Răzvan să aleagă primul număr cu care îl va înmulți pe 2405. Stabiliți care este strategia lui Matei și dacă va câștiga jocul.

Soluție :

Matei a observat că pe tablă se află divizorii proprii ai lui 2405. ($5 \cdot 461 = 13 \cdot 185 = 37 \cdot 65 = 2405$).....10p

A decis că dacă Răzvan începe primul, el va câștiga. Indiferent cu ce număr înmulțește Răzvan, el va înmulți cu perechea, deci va fi cel care va obține

$$2405^{2405} \dots 10p$$